МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №18»

Аликвотные дроби

(занятие внеурочной деятельности по математике)

Автор: Дайбова Юлия Владимировна,
учитель математики высшей категории,
МБОУ «СОШ № 18»

Миасский городской округ
2023

СОДЕРЖАНИЕ

Введение……………………………………………………….....………........3

I. Из истории аликвотных дробей …………………………………......4 – 7

1.1. Происхождение аликвотных дробей ……………………………………4

1.2. Египетские дроби ……………………………………...................4 – 7

II. Аликвотные дроби в задачах………………………………..............7 –11

2.1.Разложение аликвотной дроби…………………………………...7 – 8

2.2. Представление дроби в виде суммы аликвотных дробей……………..8 – 9

2.3. Применение аликвотных дробей……………………………………9 – 11

Заключение……………..………………………………………………...12

Список литературы………………………………….........................13

Приложение…………………………………………………………14 – 17

Введение

Актуальность: на уроках в 5 классе изучаются десятичные дроби, обыкновенные дроби с одинаковыми знаменателями, в 6 классе продолжается рассмотрение действий с обыкновенными дробями с разными знаменателями. Но такие дроби, как аликвотные, в школьном курсе не рассматривают. Однако этот вид дробей применяется в решении различных задач с дробями, которые предлагаются и в конкурсе «Кенгуру», и на олимпиадах, и в заданиях ГИА. **Задачи с использованием в решении аликвотных дробей составляют обширный класс нестандартных задач.**

Изучение аликвотных дробей нашло применение в задачах, которые мы рассматривали на занятиях внеурочной деятельности. Подбор конкретных практических задач помог исследовать разложение аликвотных дробей и познакомиться с историей их возникновения.

Поэтому представляется актуальным изучить аликвотные дроби и действия с ними.

Гипотеза: если знать алгоритм разложения аликвотных дробей на сумму, то это поможет в решении нестандартных задач.

Объект исследования: аликвотные дроби.

Предмет исследования: решение обыкновенных дробей с помощью аликвотных дробей.

Цель: изучение аликвотных дробей и их применение в решении задач.

Задачи:

1) *изучить историю возникновения аликвотных дробей;*
2) *проанализировать разложение аликвотных дробей с одинаковыми и разными знаменателями;*
3) *рассмотреть применение аликвотных дробей в решении практических задач;*
4) *создать буклет «Аликвотные дроби»*

Методы и приемы:

- *анализ литературы и материалов Интернета;*
- *математические расчеты;*
- *подбор задач с аликвотными дробями*

I. Из истории аликвотных дробей

1.1. Происхождение аликвотных дробей.

Аликвотные дроби начали использоваться ещё в древности. Необходимость в дробных числах возникла в результате практической деятельности человека. Потребность в нахождении долей единицы появилась у наших предков при дележе добычи после охоты. Второй существенной причиной появления дробных чисел следует считать измерение величин при помощи выбранной единицы измерения.

Первой дробью, с которой познакомились люди, была ***половина***. Хотя названия всех следующих дробей связаны с названиями их знаменателей (три – «треть», четыре – «четверть» и т. д.), для половины это не так – её название во всех языках не имеет ничего общего со словом «два». Следующей дробью была треть. [Приложение 1]

В Древнем Египте «настоящими» математики считали только аликвотные дроби. Поэтому каждую дробь стремились представить в виде суммы аликвотных дробей, причём с разными знаменателями.

Таким образом, первые дроби, с которыми нас знакомит история, это **дроби вида –** $\frac{1}{n}$, *где n — натуральное число* – ***единичные дроби*** или ***аликвотные*** (от лат. aliquot – «несколько»).[1]

Единичные дроби встречаются в древнейших дошедших до нас математических текстах, составленных более 5000 лет тому назад, – древнеегипетских папирусах и вавилонских клинописных табличках.

Аликвотные дроби широко использовали в Древнем Египте, поэтому они впоследствии получили название *египетские дроби*.

1.2. Египетские дроби.

В Древнем Египте архитектура достигла высокого развития. Для того, чтобы строить грандиозные пирамиды и храмы, чтобы вычислять длины, площади и объемы фигур, необходимо было знать арифметику.

Рисунок 1

В древнем Египте пользовались только простейшими дробями, у которых числитель равен единице - аликвотными (те, которые мы называем «долями»). Так же используется название *основные дроби* или *единичные дроби*.

Из расшифрованных сведений на папирусах ученые узнали, что египтяне 4 000 лет назад имели десятичную (но не позиционную) систему счисления, умели решать многие задачи, связанные с потребностями строительства, торговли и военного дела.

Одним из первых известных упоминаний о египетских дробях является математический папирус Ринда. Папирус Ринда включает таблицу египетских дробей для рациональных чисел вида $2/n$, а также 84 математических задачи, их решения и ответы, записанные в виде египетских дробей.

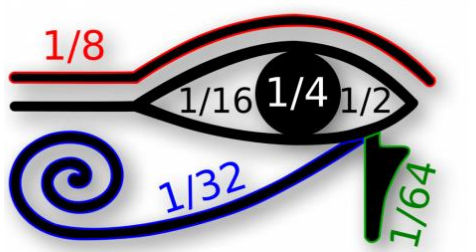
Египтяне ставили иероглиф  (*ер*, «[один] из» или *ре*, рот) над числом для обозначения единичной дроби в обычной записи, а в священных текстах использовали линию. К примеру:

 $= \frac{1}{3}$ |  $= \frac{1}{10}$

У них также были специальные символы для дробей 1/2, 2/3 и 3/4, которыми можно было записывать также другие дроби (большие чем 1/2).

 $= \frac{1}{2}$ |  $= \frac{2}{3}$ |  $= \frac{3}{4}$. Остальные дроби они записывали в виде суммы долей. Были специальные знаки и для других аликвотных дробей. [1]

Кроме того, египтяне использовали формы записи, основанные на иероглифе *Глаз Гора (Уаджет)*. Для древних характерно переплетение образа Солнца и глаза. В египетской мифологии часто упоминается бог Гор, олицетворяющий крылатое Солнце и являющийся одним из самых распространенных сакральных символов. В битве с врагами Солнца, воплощенными в образе Сета, Гор сначала терпит поражение. Сет вырывает у него Глаз — чудесное око — и разрывает его в клочья. Тот — бог учения, разума и правосудия — снова сложил части глаза в одно целое, создав "здоровый глаз Гора".[2] Изображения частей разрубленного Ока при письме использовались в Древнем Египте для обозначения дробей от $^1/_2$ до $^1/_{64}$. (Таблица 1)

Иероглиф	Значение	 Примерная величина
	большая часть глаза	$\frac{1}{2}$ (или $\frac{32}{64}$)
	зрачок	$\frac{1}{4}$ (или $\frac{16}{64}$)
	бровь	$\frac{1}{8}$ (или $\frac{8}{64}$)
	меньшая часть глаза	$\frac{1}{16}$ (или $\frac{4}{64}$)

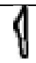
	капля слезы (?)	$\frac{1}{32}$ (или $\frac{2}{64}$)
	знак сокола (?)	$\frac{1}{64}$
	Уаджет	$\frac{63}{64}$

Таблица 1- Соколиный глаз Гора. Уаджет (вид слева направо)

Сумма шести знаков, входящих в Уаджет, и приведенных к общему знаменателю: 32/64 + 16/64 + 8/64 + 4/64 + 2/64 + 1/64 = 63/64.

Для измерения зерновых и сыпучих веществ применялся *хекат (основная мера объёма в Древнем Египте)*, он равнялся примерно 4,785 литрам. Например, *хекат* ячменя: $^{1}/16 + {}^{1}/_{4} + {}^{1}/_{32}$ (то есть $\frac{11}{32}$ сосуда ячменя).

Всякую другую дробь египтяне представляли как сумму аликвотных дробей, например 9/16 = 1/2+1/16; 7/8=1/2+1/4+1/8 и так далее.

Сумма нескольких аликвотных дробей называется египетской дробью. Каждая дробь суммы имеет числитель, равный единице, и знаменатель, представляющий собой натуральное число.

Проводить различные вычисления, выражая все дроби через единичные, было, конечно, очень трудно и отнимало много времени. Поэтому египетские ученые позаботились об облегчении труда писца. Они составили специальные таблицы разложений дробей на простейшие. Математические документы древнего Египта это не научные трактаты по математике, а практические учебники с примерами, взятыми из жизни. Среди задач, которые должен был решать ученик школы писцов, - вычисления и вместимости амбаров, и объема корзины, и площади поля, и раздела имущества среди наследников, и другие. Писцы должны были запомнить эти образцы и уметь быстро применять их для расчетов.

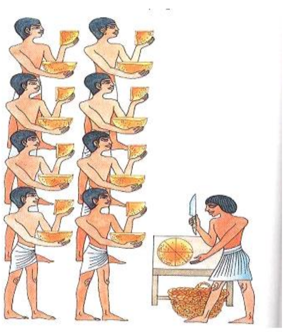


Рисунок 2

Самый большой математический документ - папирус по руководству к вычислениям писца Ахмеса - найден в 1858 году английским коллекционером Райндом. Папирус составлен в XVII веке до нашей эры. Его длина 20 метров, ширина 30 сантиметров. Папирус Ахмеса включает условия и решения 84 задач и является наиболее полным египетским задачником, дошедшим до наших дней. Одна из задач папируса Ахмеса, демонстрирующая применение аликвотных дробей:

«Разделить 7 хлебов между 8 людьми» *(рис. 2)*.

Если резать каждый хлеб на 8 частей, придется провести 49 разрезов.

А по-египетски эта задача решалась так. Дробь 7/8 записывали в виде долей: 1/2 + 1/4 + 1/8. Значит, каждому человеку надо дать пол хлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба; поэтому четыре хлеба разрезаем пополам, два хлеба - на 4 части и один хлеб - на 8 долей, после чего каждому даём его часть.

Египетские дроби продолжали использоваться в древней Греции и впоследствии математиками всего мира до средних веков, несмотря на имеющиеся к ним замечания древних математиков. Например, Клавдий Птолемей говорил о неудобстве использования египетских дробей по сравнению с Вавилонской системой (позиционная система исчисления).

Важную работу по исследованию египетских дробей провёл математик XIII века Фибоначчи в своём труде «Liber Abaci» - это вычисления, использующие десятичные и обычные дроби, вытеснившие со временем египетские дроби.[6]

Вывод: ***В Древнем Египте «настоящими» математики считали только аликвотные дроби. Поэтому каждую дробь стремились представить в виде суммы аликвотных дробей, причём с разными знаменателями.***

II. Аликвотные дроби в задачах

2.1.Разложение аликвотной дроби.

Определение. Представление аликвотной дроби в виде суммы нескольких аликвотных дробей называют разложением аликвотной дроби.[4]

Пример 1. Разложить аликвотную дробь $\frac{1}{2}$.

Решение: $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Заметим, что 4 + 4 = 8 = 2^3.

Пример 2. Разложить аликвотную дробь $\frac{1}{3}$.

Решение: $\frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$. Заметим, что 9 + 9 + 9 = 27 = 3^3.

Таким образом, на основании рассмотренных примеров можно выдвинуть следующую гипотезу: 1) Аликвотные дроби $\frac{1}{x_1}$ и $\frac{1}{x_2}$ удовлетворяют равенству $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$. Тогда $x_1 + x_2 = 2^3$, если $x_1 = x_2$.

2) Аликвотные дроби $\frac{1}{x_1}$; $\frac{1}{x_2}$ и $\frac{1}{x_3}$ удовлетворяют равенству $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{1}{3}$. Тогда $x_1 + x_2 + x_3 = 3^3$, если $x_1 = x_2 = x_3$.

Докажем истинность этой гипотезы.

Доказательство:

1) Пусть $x_1 \leq x_2$. Тогда $\frac{1}{x_1} \geq \frac{1}{x_2}$ (1) и $\frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_2}$ (2). Складывая левые и правые части (1) и (2) получим: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geq \frac{2}{x_2}$. С учётом условия, $\frac{1}{2} \geq \frac{2}{x_2}$ и $\frac{2}{4} \geq \frac{2}{x_2}$, получаем наименьшее значение x_2=4. Тогда $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, откуда $x_1 = 4$. Значит, $x_1 + x_2$= 4 + 4 = 8 = 2^3

2) Пусть $x_1 \le x_2 \le x_3$. Тогда $\frac{1}{x_1} \ge \frac{1}{x_3}$ (1); $\frac{1}{x_2} \ge \frac{1}{x_3}$ (2); $\frac{1}{x_3} = \frac{1}{x_3}$ (3). Складывая левые и правые части (1);(2);(3) получим: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \ge \frac{3}{x_3}$. С учётом условия, $\frac{1}{3} \ge \frac{3}{x_3}$ и $\frac{3}{9} \ge \frac{3}{x_3}$, получаем наименьшее значение x_3=9. Тогда $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{9}$, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ откуда $x_1 + x_2 = 9$. Значит, $x_1 + x_2 + x_3$= 9+9+9 = 27 = 3^3. Таким образом, гипотезы доказаны.

2.2. Представление дроби в виде суммы аликвотных дробей

Иногда при решении задач удобно представить некоторую дробь в виде суммы двух или нескольких аликвотных дробей. Для этого:

- ✓ Числитель и знаменатель дроби умножаем на сумму двух взаимно простых делителей знаменателя;
- ✓ Полученную дробь заменяем суммой двух дробей, знаменатели которых равны знаменателю полученной дроби, а числители – слагаемым суммы;
- ✓ Если знаменатель – простое число, то умножаем числитель и знаменатель дроби на число, превышающее знаменатель на 1.

ПРИМЕР 3. $\frac{1}{5} = \frac{1\cdot(5+1)}{5\cdot(5+1)} = \frac{5+1}{5\cdot6} = \frac{5}{30} + \frac{1}{30} = \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$;

ПРИМЕР 4. $\frac{1}{9} = \frac{1\cdot(3+1)}{9\cdot(3+1)} = \frac{3+1}{9\cdot4} = \frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{12} + \frac{1}{36}$

Формула представления дроби в виде суммы аликвотных дробей:

$$\boldsymbol{\frac{1}{a} = \frac{a+1}{a(a+1)} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a\cdot(a+1)}}$$

ПРИМЕР 5. $\frac{1}{23} = \frac{23+1}{23\cdot(23+1)} = \frac{1}{23+1} + \frac{1}{23(23+1)} = \frac{1}{24} + \frac{1}{552}$

Если в числителе данной дроби стоит число, неравное 1, то количество аликвотных дробей в разложении этой дроби, не менее трёх. В этом случае числитель и знаменатель дроби умножаем на такое число, чтобы полученный числитель минимально превышал знаменатель данной дроби.

ПРИМЕР 6. $\boldsymbol{\frac{5}{13} = \frac{1}{3} + \frac{1}{20} + \frac{1}{780}}$ $\frac{5}{13} = \frac{5\cdot3}{13\cdot3} = \frac{15}{39}$; $\frac{5}{13} = \frac{15}{39} = \frac{13+2}{39} = \frac{13}{39} + \frac{2}{39} = \frac{1}{3} + \frac{2}{39}$. Теперь представим $\frac{2}{39}$ в виде суммы дробей: умножим числитель и знаменатель дроби на число, превышающее знаменатель на 1, т.к. 39 – простое число. Таким числом будет 20.

$\frac{2}{39} = \frac{2\cdot20}{39\cdot20} = \frac{39+1}{39\cdot20} = \frac{39}{39\cdot20} + \frac{1}{39\cdot20} = \frac{1}{20} + \frac{1}{780}$.

ПРИМЕР 7. $\frac{15}{23}=\frac{15\cdot2}{23\cdot2}=\frac{30}{46}=\frac{23+7}{46}=\frac{1}{2}+\frac{7}{46}=\frac{1}{2}+\frac{7\cdot7}{46\cdot7}=\frac{1}{2}+\frac{46+3}{46\cdot7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{3}{322}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{3\cdot108}{322\cdot108}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{322+2}{322\cdot108}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{108}+\frac{2}{322\cdot108}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{108}+\frac{1}{17388}$.

Если знаменатель данной дроби составное число, то замену этой дроби суммой аликвотных дробей можно упростить, представив числитель данной дроби в виде суммы делителей знаменателя, плюс минимально возможный остаток.

ПРИМЕР 8: $\frac{25}{36}=\frac{18+6+1}{36}=\frac{18}{36}+\frac{6}{36}+\frac{1}{36}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{36}$;

ПРИМЕР 9: $\frac{51}{64}=\frac{32+16+2+1}{64}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$.

Вывод: ***изучив вопрос о разложении аликвотных дробей на две аликвотные дроби, сделали обобщение, что разложение на три, четыре, пять и т.д. аликвотных дробей можно выполнять, разложив одно из слагаемых на две дроби, следующее слагаемое еще на две аликвотные*** **дроби и т.д.**

2.3. Применение аликвотных дробей.

Задача 1. Разложить дробь $\frac{1}{2}$ на аликвотные дроби.

Решение: $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\mathbf{\frac{1}{4}}$;

$\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\mathbf{\frac{1}{8}}$; $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\mathbf{\frac{1}{16}}$; $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\mathbf{\frac{1}{32}}$;

$\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\mathbf{\frac{1}{64}}$ и так далее.

Задача 2. Воспользовавшись представлениями, полученными в задаче 1, написать дроби, которые можно разложить на аликвотные дроби с разными знаменателями.

Решение:

а) $\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{2}-\frac{1}{16}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$; $\frac{7}{16}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$;

в) $\frac{1}{2}-\frac{1}{32}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$; $\frac{15}{32}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$;

г) $\frac{1}{2}-\frac{1}{64}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$; $\frac{31}{64}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$.

Ответ: $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{15}{32}$; $\frac{31}{64}$

Задача 3. Разложить дробь $\frac{1}{3}$ на аликвотные дроби.

Решение: $\frac{1}{3}=\frac{1}{9}+\mathbf{\frac{1}{9}}+\mathbf{\frac{1}{9}}$; $\frac{1}{3}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\mathbf{\frac{1}{18}}+\mathbf{\frac{1}{27}}+\mathbf{\frac{1}{27}}+\mathbf{\frac{1}{27}}$;

$\frac{1}{3}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{54}+\frac{1}{54}+\frac{1}{81}+\frac{1}{81}+\frac{1}{81}+\frac{1}{108}+\frac{1}{108}+\frac{1}{108}+\frac{1}{108}$ и так далее.

Задача 4. Воспользовавшись представлениями, полученными в задаче 3, написать дроби, которые можно разложить на аликвотные дроби с разными знаменателями.

Решение: а) $\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{18}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{27}$; $\frac{11}{54}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{27}$;

б) $\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{36}+\frac{1}{54}+\frac{1}{81}+\frac{1}{81}+\frac{1}{108}+\frac{1}{108}+\frac{1}{108}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}+\frac{1}{54}+\frac{1}{81}+\frac{1}{108}$;

$\frac{19}{81}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}+\frac{1}{54}+\frac{1}{81}+\frac{1}{108}$;

Ответ: $\frac{11}{54}$; $\frac{19}{81}$

Задача 5. Решите уравнение в **натуральных** числах:

а) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{2}$, где $x_1 \leq x_2 \leq x_3$;

б) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=\frac{1}{2}$, где $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$.

Решение: а) 1) Из равенства (2) задачи 1 следует: $x_1=4$; $x_2=x_3=8$

б) Из равенства (3) задачи 1 следует: $x_1=4$; $x_2=8$; $x_3=x_4=16$.

На машиностроительных заводах есть очень увлекательная профессия **разметчик.**

Рисунок 3

Разметчик **(**рис.3) намечает на заготовке линии, по которым эту заготовку следует обрабатывать, чтобы придать ей необходимую форму. Разметчику приходится решать интересные и подчас нелегкие геометрические задачи, производить арифметические расчеты и т. д.

Задача 6. "Понадобилось как-то распределить 7 одинаковых прямоугольных пластинок равными долями между 12 деталями. Принесли эти 7 пластинок разметчику и попросили его, если можно, разметить пластинки так, чтобы не пришлось дробить ни одной из них на очень мелкие части».

Значит, простейшее решение - резать каждую пластинку на 12 равных частей - не годилось, так как при этом получалось много мелких долей. Как же быть? Возможно ли деление данных пластинок на более крупные доли?

Разметчик подумал, произвел какие-то арифметические расчеты с дробями и нашел всё-таки самый экономный способ деления данных пластинок.

Впоследствии он легко дробил 5 пластинок для распределения их равными долями между шестью деталями, 13 пластинок для 12 деталей, 13 пластинок для 36 деталей, 26 для 21 и т. п.

Оказывается, разметчик представил дробь 7/12 в виде суммы единичных дробей 1/3 + 1/4. Значит, если из 7 данных пластинок 4 разрезать на три равные части каждую, то получим 12 третей, то есть по одной трети для каждой детали. Остальные 3 пластинки разрежем на 4 равные части каждую, получим 12 четвертей, то есть по одной четверти для каждой детали. Аналогично, используя представления дробей в виде суммы единичных дробей 5/6=1/2+1/3; 13/12=1/3+3/4=1/2+1/3+1/4; 13/36=1/4+1/9.

Вывод: ***Для решения ряда математических задач существенно то, что каждое положительное рациональное число можно представить в виде суммы конечного числа аликвотных дробей.*** [Приложение 2]

Заключение

Зачем нам нужны аликвотные дроби и что мне дала эта работа?

Тема работы представляет для меня огромный учебный и практический интерес. Анализируя литературу, я познакомилась с интересной страницей из истории математики. Узнала, что первые дроби, которые использовали египтяне, были аликвотные дроби, кроме двух: $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$, а записывали их при помощи определенных знаков.

Изучив вопрос о разложения аликвотных дробей на две аликвотные дроби, мы пришли к выводу, что разложение на три, четыре, пять и т.д. аликвотных дробей можно произвести, разложив одно из слагаемых на две дроби, следующее слагаемое еще на две аликвотные дроби и т.д., хотя этот процесс очень сложный. Поэтому удобнее пользоваться формулой, рассмотренной в работе.

Применение алгоритма разложения дробей на сумму аликвотных дробей используется не только в математике, но и в производстве. А также в таких областях как: медицина, строительство, кулинария используются аликвотные дроби для измерения и обозначения величин. [Приложение 3]

Немаловажное значение имеет и то, что на тему: «Аликвотные дроби» неоднократно обращали внимание в своих трудах учёные и эксперты. Например, **Эрнст Габор Штраус** – американский математик (рис. 4). Среди его самых известных вкладов в популярную математику – «гипотеза Эрдёша — Штрауса» о том, что каждое число вида 4/n разлагается на три египетские дроби. **Эрнест С. Крут III** - американский математик (рис. 5).

В современной математике вместо египетских дробей используют обыкновенные и десятичные дроби, однако египетские дроби продолжают изучаться в теории чисел и истории математики.

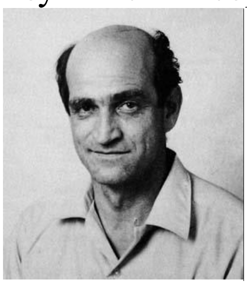


рисунок 4 – Эрнст Габор Штраус

рисунок 5 - Эрнест С. Крут III

Практическая значимость работы состоит в возможности ее использования учениками, которые проявляют интерес к математике. На занятиях внеурочной деятельности при подготовке к олимпиаде.

Литература

1. Г. И. Глейзер «История математики в школе»: М. Просвещение,1981
2. А. П. Ершова, В. В. Голобородько «Самостоятельные и контрольные работы по математике для 6 класса»: М. Илекса, 2013
3. А. Ф. Крижановский «Математические кружки 5-7 классы»: М. Илекса, 2017
4. С. Р. Сефибеков «Аликвотная дробь» // Издательская группа «Основа». МАТЕМАТИКА. – 2014. - № 4
5. Т. А. Шеркова «Око Гора» // Вестник древней истории. — 1996. - № 4
6. Сайты сети Интернет:

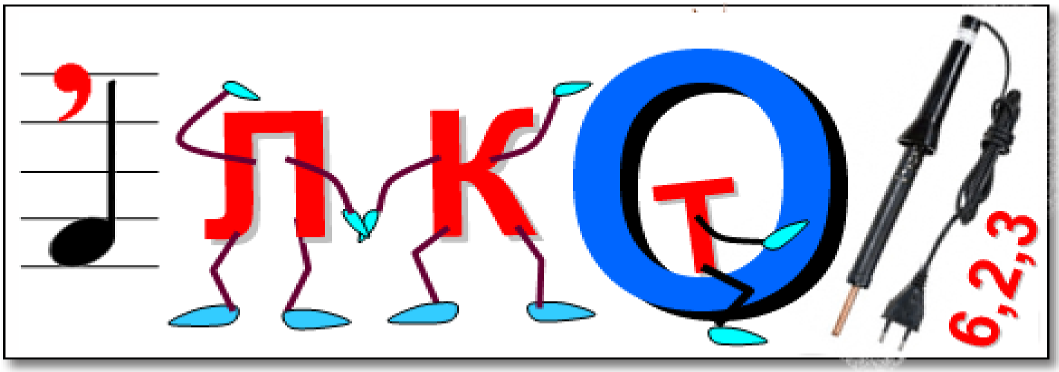
https//ru./wikipedia/ Египетские дроби.

https//ru./wikipedia/ Штраус,Эрнст

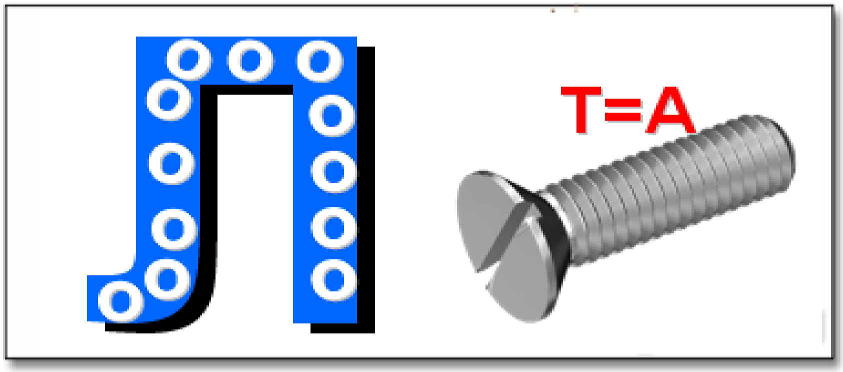
https//ru./wikipedia/ Гипотеза Эрдёша — Грэма

Приложение 1

1) Аликвотная дробь



2) Половина



3) Треть

Приложение 2

Аликвотные дроби в задачах

5 класс

В стаде 8 овец. Первая съедает копну за 1 день, вторая – за 2 дня, третья - за 3 дня, …, восьмая – за 8 дней. Кто съест быстрее копну сена: две первые овцы или все остальные вместе?

Решение:

Первые две овцы за день съедают $1+\ \frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$ копны сена. Остальные овцы за день съедают $(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8})<(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6})$;
$(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8})<1+\ \frac{1}{2}$. Значит, копну сена быстрее съедят первые две овцы.

6 класс

Вычислить значение выражения:

а) $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{49\cdot50}$

Решение:

$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{49\cdot50}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots-\frac{1}{49}+\frac{1}{49}-\frac{1}{50}=\frac{1}{1}-\frac{1}{50}=$
$=\frac{49}{50}=0{,}98$

б) $\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{3\cdot5}+\frac{2}{5\cdot7}+\ldots+\frac{2}{99\cdot101}$

Решение:

$\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{3\cdot5}+\frac{2}{5\cdot7}+\ldots+\frac{2}{99\cdot101}=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\cdots+\frac{1}{99}+\frac{1}{99}-\frac{1}{101}=\frac{1}{1}-\frac{1}{101}=\frac{100}{101}$

8 класс
Соросовская олимпиада:

Можно ли написать пять различных дробей, дающих в сумме 1, таких, что их числитель равен 1, а знаменатель – натуральное число.

Решение:

$1=\frac{1}{2}+\ \mathbf{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}+\ \frac{1}{4}+\mathbf{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}+\ \frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\mathbf{\frac{1}{8}}=\frac{1}{2}+\ \frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$

Можно, например, $\frac{1}{2}+\ \frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=1$.

11 класс
Задание №19 ЕГЭ:

а) Решить в N числах уравнение: $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{25}$ (m > n)

Решение:

Число 25 имеет две пары взаимно простых делителей: 1 и 5; 1 и 25.
Разложим аликвотную дробь $\frac{1}{25}$ на сумму аликвотных дробей:

$$\frac{1}{25}=\frac{1\cdot(1+5)}{25\cdot(1+5)}=\frac{1+5}{25\cdot6}=\frac{5}{25\cdot6}+\frac{1}{150}=\frac{1}{30}+\frac{1}{150};$$

$$\frac{1}{25}=\frac{1\cdot(1+25)}{25\cdot(1+25)}=\frac{1+25}{25\cdot26}=\frac{25}{25\cdot26}+\frac{1}{650}=\frac{1}{26}+\frac{1}{650}.$$

Ответ: **m=150, n=30** или **m=650, n=26**

б) Решить в N числах уравнение: $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{16}$ (m > n)

Решение:

Число 16 имеет четыре пары взаимно простых делителей: 1 и 2; 1 и 4; 1 и 8; 1 и 16.

Разложим аликвотную дробь $\frac{1}{16}$ на сумму аликвотных дробей:

$$\frac{1}{16}=\frac{1\cdot(1+2)}{16\cdot(1+2)}=\frac{1+2}{16\cdot3}=\frac{2}{16\cdot3}+\frac{1}{48}=\frac{1}{24}+\frac{1}{48};$$

$$\frac{1}{16}=\frac{1\cdot(1+4)}{16\cdot(1+4)}=\frac{1+4}{16\cdot5}=\frac{4}{16\cdot5}+\frac{1}{80}=\frac{1}{20}+\frac{1}{80};$$

$$\frac{1}{16}=\frac{1\cdot(1+8)}{16\cdot(1+8)}=\frac{1+8}{16\cdot9}=\frac{8}{16\cdot9}+\frac{1}{144}=\frac{1}{18}+\frac{1}{144};$$

$$\frac{1}{16}=\frac{1\cdot(1+16)}{16\cdot(1+16)}=\frac{1+16}{16\cdot17}=\frac{16}{16\cdot17}+\frac{1}{272}=\frac{1}{17}+\frac{1}{272}.$$

Ответ: **m=48, n=24; m=80, n=20; m=144, n=18; m=272, n=17.**

Приложение 3

Практическое применение аликвотных дробей в жизни:

➢ В кулинарии: **ТОРТ ЮБИЛЕЙНЫЙ** 	**Тесто:** 4 яйца, **1/5 стакана сахара**, 300 гр. масла, **1/2 ч. ложки соды,** 2 стакана муки, 200 гр. орехов, соль. Желтки растереть с сахаром, добавить мягкое масло, соль, муку, замесить тесто. Разделить на 5 частей. Раскатать лепешки, выпечь. Остывшие лепешки промазать кремом, посыпать орехами и соединить. **Крем:** белки взбить с **1/2** стакана сахара, добавить варенье или протертую клюкву с сахаром.
➢ При измерении времени: 	30 минут = $\frac{1}{2}$ **часа;** 15 минут = $\frac{1}{4}$ **часа;** 20 минут = $\frac{1}{3}$ **часа**
➢ В медицине: 	Назначение больному: по $\frac{1}{2}$ таблетки (половина таблетки); по $\frac{1}{4}$ таблетки (четверть таблетки)
➢ В строительстве: 	Приготовление бетонной смеси: цемент - $\frac{1}{2}$ части, щебень - $\frac{1}{4}$ части, песок - $\frac{1}{2}$ части, вода - $\frac{1}{2}$ части